

基于磁极分块的永磁电机气隙磁场解析计算

李京泽¹, 吴新振^{1*}, 陈春涛²

(1. 青岛大学电气工程学院, 山东省 青岛市 266071; 2. 青岛大学自动化学院, 山东省 青岛市 266071)

Analytical Calculation of Air Gap Magnetic Field for Permanent Magnet Machines Based on Pole Partition Processing

LI Jingze¹, WU Xinzhen^{1*}, CHEN Chuntao²

(1. College of Electrical Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, Shandong Province, China;

2. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, Shandong Province, China)

ABSTRACT: In order to easily and accurately analyze the no-load air gap magnetic field of surface-mounted permanent magnet motors with eccentrically cut poles, a magnetic field analytical calculation method was proposed based on equivalent block of permanent magnet (PM)s and subdomain model, which solves the problem of unequal thickness and parallel magnetization. The method can consider the effect of stator slotting and the actual magnetic permeability of the PM, and the fundamental and each harmonic component of no-load air gap magnetic density can be directly obtained. The air gap magnetic field is directly calculated by the finite element method, and the analytical method is in agreement with the results of the finite element method, which verifies the accuracy of the analytical method. An experiment on a nine-phase permanent magnet motor prototype was conducted. The measured no-load back EMF is consistent with the calculated value of the analytical model, which verifies the correctness of the analytical method used.

KEY WORDS: permanent magnet machine; eccentric shaped poles; magnetic pole partition; subdomain model; no load air gap magnetic field

摘要: 为了简便、精确地分析偏心削极表贴磁极的永磁电机空载气隙磁场,基于永磁体等效分块处理并结合子域模型提出一种磁场解析计算方法,解决了磁极不等厚与平行充磁问题。所用方法能考虑定子开槽影响与永磁体实际磁导率,且通过求解子域模型直接得到空载气隙磁密的基波与各次谐波分量。采用有限元法直接计算气隙磁场,解析法与有限元法计算的空载气隙磁密吻合,验证了解析方法的准确性。对一台九相永磁电机样机进行实验,所测空载感应电势与解析模型计算值较吻合,验证了所用分析方法的正确性。

基金项目: 国家自然科学基金项目(52037005)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (52037005).

关键词: 永磁电机; 偏心削极磁极; 磁极分块处理; 子域模型; 空载气隙磁场

0 引言

随着稀土资源的开发与永磁材料加工技术的进步,具有高功率密度、高效率等优点的稀土永磁同步电机已广泛应用于军工与民用领域^[1-3]。由于电机的径向电磁力、转矩脉动与气隙磁场密切相关,永磁电机气隙磁场会直接影响电机的运行性能,若气隙磁场内的谐波含量高,会使电机的振动与噪声增大,同时谐波感应电势与谐波电流还会导致谐波损耗增加,降低了电机的运行效率^[4-6],因此提高永磁电机气隙磁场的正弦度,减少气隙磁场谐波磁密含量是改善电机运行性能的重要措施。

气隙磁场磁密波形分析是要在电机设计阶段完成的工作,通过设计永磁电机磁极,使得空载气隙磁密波形接近于正弦,这对于瓦片形表贴式永磁电机尤为重要。瓦片形表贴式永磁磁极是风力发电机、舰船推进电机等大容量低速直驱永磁电机中常用的磁极结构,表贴磁极永磁电机气隙磁密波形主要决定于永磁体所设计的形状,通过削极优化永磁体,可减小磁密谐波含量,降低齿槽转矩,抑制转矩脉动,并能提高感应电势的正弦度^[4-5]。

在永磁电机设计时有多种表贴磁极的不等厚削极方式,主要有正弦削极、反余弦磁极、偏心削极以及谐波削极等;而从工程需求与加工工艺方面考虑,转子偏心削极是易于实现且能获得满意气隙磁场的削极方式,可保证感应电势的正弦度^[3];偏心削极的磁极设计也可以通过偏心距以及极弧系

数的参数化扫描来寻找最优偏心距，实现正弦优化最佳效果，在此过程中对空载气隙磁场进行分析计算，是实现偏心削极优化磁极形状的基础。

进行永磁电机的空载气隙磁场分析计算通常采用电磁场有限元法，但有限元法计算比较耗时，在电机设计阶段，电机尺寸不断调整，庞大数量的设计方案需要一一计算，特别是针对大尺寸电机，可能计算时间过长而无法实施。瓦片形表贴磁极永磁电机因其可以分区域处理的结构特点，可以采用解析法分析计算空载气隙磁场，从而避免了有限元法计算时间过长的问题。

对于表贴式不等厚磁极的永磁电机，已有文献已提出了多种解析方法，如等效面电流法、一维磁路解析法等。文献[6]在计及永磁体实际磁导率的情况下推导了偏心磁极平行充磁电机带载运行时的气隙磁密解析公式，计算了谐波畸变率，并且对最优偏心距和极弧系数进行扫描寻优，但对于定子开槽的影响只简单地采用了卡特系数处理，影响了计算精度。文献[7]用永磁体等效面电流的方法求解不等厚磁极电机的各物理量，得到了内弧偏心气隙磁密公式，并采用相对磁导函数考虑定子开槽的影响，但没有把定子槽部分作为求解域考虑。文献[8]依据矢量磁位叠加原理，将永磁体等效为各面电流，建立了考虑开槽时的表贴式永磁电机的解析模型，计算了等厚与不等厚磁极的气隙磁场，但其应用受制于永磁体的几何形状，并且无法考虑永磁体的实际磁导率，等效电流法不失为一种处理不等厚磁极的方法，其在应用过程中与本文方法各有利弊，本文方法则是将不等厚的永磁体进行周向分段，通过子域模型计算，得到每一对永磁体小块产生的磁场，最终叠加得到整个不等厚永磁体所产生的磁场。

精确子域法^[11-22]是电机电磁场解析方法中精度较高的一种方法，应用该方法对偏心磁极进行计算可得到精度较高的解析解；但在精确子域模型下，需要对偏心磁极进行等效处理。

对于外弧不规则或多种充磁方式共存的磁极，文献[10]提出了分块的等效处理方法，该方法可应用于不等厚永磁体的一般性情况，但是处理平行充磁过程中需对磁化矢量进行旋转，增加了计算量。文献[10]所提方法是对每个磁体小块单独进行计算，而本文方法在计算等效磁块所产生的磁场时，可以将对称的两个磁体小块一同进行计算。因此，

在同样的磁极分块数下，本文方法所需计算磁场次数是文献[10]方法的一半，也是本文方法的主要创新点，此外，由于本方法避免了磁化矢量的旋转问题，进一步减少了模型计算量。

本文以船用表贴磁极大容量多相直驱永磁电机为目标电机，采用解析法中的精确子域模型对偏心削极永磁电机空载磁场进行分析计算，着重研究偏心削极磁极在磁极不等厚且平行充磁方向这 2 个不利因素影响下具体的分块处理方法与求解过程。通过对比解析法与有限元法的计算结果，说明所采用精确子域法的准确性，最后还比较了样机实测感应电势与解析法计算的感应电势，对比结果进一步验证本文方法的正确性。

1 偏心削极永磁体及分块模型

图 1 为外弧偏心削极永磁体结构及其分块后的示意图，转子中心线所在处为 d 轴， O 为磁极内弧圆心，即电机定转子中心； O_1 为外弧圆心； h 为偏心距； R_a 为外弧半径； R_4 为转子磁轭半径。

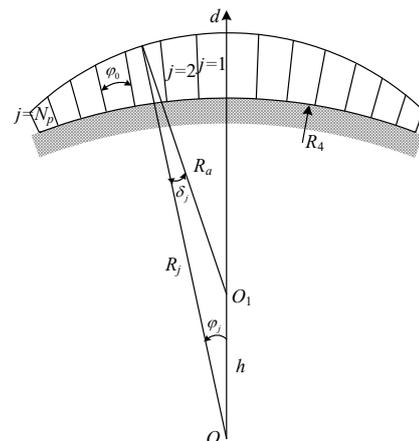


图 1 偏心削极永磁电机磁极结构及分块
Fig. 1 The magnet shape and partition of eccentric permanent magnet machine

将不等厚的偏心削极磁极进行分块处理成一系列磁极，每小块磁极本身因为圆心角足够小，可认为是等厚磁极，对各等厚磁极采用解析法分析计算，再将结果进行叠加；考虑到磁极结构的对称性，在分块时以每半极作为分块基准，则在一个 2π 电角度周期，即一对极区域内，其余半极复制基准半极的分块方式。在具体计算过程中，一对极周期内共有 4 块所分磁极一同计算，这不仅便于傅里叶级数表示及其系数求解，同时规避了磁化矢量的旋转问题，有效提高了计算效率。此外，当所取分块数目足够多时，所得的计算结果则具有相当高的准确度。

在图1中,沿*d*轴逆时针方向旋转的角度设为正,电角度0至90°区域所对应的半个磁极作为基准磁极,半个磁极分块总数为 N_p ,永磁体所分块序号从*d*轴开始沿角度增大方向依次为1,2, ..., N_p 排列。在进行分块处理之后,另一个难点就是要解决平行充磁问题,相对于径向充磁,平行充磁要考虑磁化矢量切向分量的影响。

在电磁场解析法分析计算过程中,既要通过几何、三角方法进行运算,又涉及到整个周期的傅里叶分解,由于所要求角度的性质各不相同,为了统一起见,下文中的角度一般为机械角度,若需要电角度,则为机械角度与极对数*p*之积。

在图1中,磁极的分块原则为等圆心角分块,将内弧进行 N_p 等分后,外弧的分割点为内弧半径的延长线与外弧交点。若永磁磁极的极弧系数为 α_p ,则每块永磁体的圆心角为

$$\varphi_0 = \frac{\alpha_p \pi}{2pN_p} \quad (1)$$

第*j*块永磁体中心点相对于*d*轴的圆心角:

$$\varphi_j = \frac{2j-1}{2} \varphi_0 \quad (2)$$

根据正弦定理:

$$\delta_j = \arcsin\left(\frac{h \sin \varphi_j}{R_a}\right) \quad (3)$$

第*j*块永磁体外边缘等效半径 R_j 可根据余弦定理求取:

$$R_j = \sqrt{R_a^2 + h^2 - 2R_a h \cos(\pi - \delta_j - \varphi_j)} \quad (4)$$

2 气隙磁场解析求解过程

下面通过电磁场解析法中的子域法求解表贴磁极永磁同步电机的空载气隙磁场,为建立电机解析求解模型,做出如下假设:

- 1) 铁磁材料磁导率设为无穷大;
- 2) 磁极间空气区域磁导率与永磁体相同;
- 3) 定子槽型为径向开口槽;
- 4) 忽略端部效应,模型在二维区域求解。

2.1 各子域通解

用子域法求解的前提是为永磁电机划分求解子域。永磁电机横截面如图2所示,求解子域共分3个:第1个子域为电机定子槽子域;第2个子域为气隙子域;第3个子域为永磁磁极子域。在图2中: R_1 为定子槽底处半径; R_2 为定子内半径; R_3

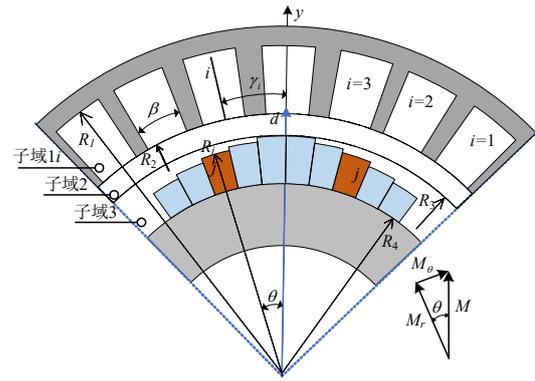


图2 削极磁极等效分块的永磁电机截面

Fig. 2 Cross section of permanent magnet machine with equivalent magnet segments

为转子外半径; R_4 为转子磁轭半径; R_j 为第*j*块永磁体外半径; β 为定子槽口对应的圆心角; Z_s 为定子槽数。

本文主要为优化设计永磁电机表贴磁极而分析气隙磁场,据此再得到感应电势,通过静态场计算出气隙磁密即可满足要求。在用静态场计算时,不失一般性,设定子极坐标轴*y*轴与转子磁极中心线*d*轴重合,这样极坐标中的 θ 角就等于极坐标系中待求位置点与*d*轴之间的夹角,如图2所示。

平行充磁磁极的磁化矢量可以分解为径向分量与切向分量。在图2所示,电角度0至 $\pi/2$ 的半个极区域内,第*j*块分块磁极磁化矢量的径向分量为

$$M_{rj}(p\theta) = \begin{cases} 0, & 0 \leq p\theta < p(j-1)\varphi_0 \\ \frac{B_r \cos \varphi_j}{\mu_0}, & p(j-1)\varphi_0 \leq p\theta < pj\varphi_0 \\ 0, & pj\varphi_0 \leq p\theta \leq \pi/2 \end{cases} \quad (5)$$

第*j*块分块磁极磁化矢量的切向分量为

$$M_{\theta j}(p\theta) = \begin{cases} 0, & 0 \leq p\theta < p(j-1)\varphi_0 \\ \frac{B_r \sin \varphi_j}{\mu_0}, & p(j-1)\varphi_0 \leq p\theta < pj\varphi_0 \\ 0, & pj\varphi_0 \leq p\theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (6)$$

式中 B_r 为永磁体的剩磁密度,将磁化矢量的径向与切向分量在一对极范围内(电角度 2π 周期)内展开。

磁化矢量径向分量为偶函数,用傅里叶级数表示为

$$M_{rj}(p\theta) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{rjn} \cos(np\theta) \quad (7)$$

其中:

$$M_{rjn} = \frac{4pB_r \cos \varphi_j}{n\mu_0\pi} \{\sin(jn\varphi_0) - \sin[(j-1)n\varphi_0]\} \quad (8)$$

磁化矢量切向分量为奇函数, 用傅里叶级数表示为

$$M_{\theta j}(p\theta) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{\theta jn} \sin(np\theta) \quad (9)$$

其中:

$$M_{\theta jn} = \frac{4pB_r \sin \varphi_j}{n\mu_0\pi} \{\cos[(j-1)n\varphi_0] - \cos(jn\varphi_0)\} \quad (10)$$

在各子域中分别列写极坐标下的矢量磁位拉氏方程。由分离变量法^[11-20]可得磁极子域 3 的通解, 其表达式为

$$A_3(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{R_4}{R_j} \right)^{np} \frac{P_{np}(r, R_4) A_{3n}}{(R_4/R_j)^{2np} + 1} \right] \cos(np\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} \left[K_{sn}(r) - \left(\frac{R_4}{R_j} \right)^{np} \frac{P_{np}(r, R_4) C_{3n}}{(R_4/R_j)^{2np} + 1} \right] \sin(np\theta) \quad (11)$$

引入 3 个方便各子域通解表达并且可应用于谐波系数求解的表达式^[11-12]:

$$P_k(a, b) = (a/b)^k + (b/a)^k \quad (12)$$

$$E_k(a, b) = (a/b)^k - (b/a)^k \quad (13)$$

$$\delta_k(a, b) = (a/b)^{2k} - 1 \quad (14)$$

对于式(11), 有

$$K_{sn}(r) = \lambda_{sn}(r) - \frac{P_{np}(r, R_4)}{(R_4/R_j)^{2np} + 1} \left[\left(\frac{R_4}{R_j} \right)^{np} \lambda_{sn}(R_j) + \frac{R_4^{2np+1}}{npR_j^{2np}} \lambda'_{sn}(R_4) \right] + \frac{R_4^{np+1}}{npr^n} [\lambda'_{sn}(R_4) - M_{\theta jn}] \quad (15)$$

其中

$$\lambda_{sn}(r) = \frac{\mu_0(npM_{rjn} + M_{\theta jn})r}{1 - (np)^2}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (16)$$

对于槽子域 1 与气隙子域 2, 这里直接给出其通解表达式。“槽子域 1”为一对极下各个槽子域的合成, 其中第 i 个槽的通解表达式^[12-13]为

$$A_{li} = A_0^{li} + \sum_{k=1}^{\infty} A_{lik} \frac{P_m(r, R_1)}{P_m(R_1, R_2)} \cos\left[m\left(\theta + \frac{\beta}{2} - \gamma_i\right)\right] \quad (17)$$

式中 A_{li} 表示槽子域的通解表达式, 且 $m = k\pi/\beta$ 。

对于气隙子域 2, 通解表达式为

$$A_2(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{R_3}{np} \frac{P_{np}(r, R_2) A_{2n}}{\delta_{np}(R_j, R_2)} - \frac{R_2}{np} \frac{P_{np}(r, R_3) B_{2n}}{\delta_{np}(R_j, R_2)} \right] \cos(np\theta) + \left[\frac{R_3}{np} \frac{P_{np}(r, R_2) C_{2n}}{\delta_{np}(R_j, R_2)} - \frac{R_2}{np} \frac{P_{np}(r, R_3) D_{2n}}{\delta_{np}(R_j, R_2)} \right] \frac{R_j^{np}}{R_2^{np}} \sin(np\theta) \quad (18)$$

根据子域 1、2、3 矢量磁位表达式(11)、(17)、(18)以及各子域的边界条件和边界之间的连接条件联立求解, 可以求出子域 1 矢量磁位中系数 A_{1ik} , 区域 2 矢量磁位中系数 A_{2n} 、 B_{2n} 、 C_{2n} 、 D_{2n} , 区域 3 矢量磁位中系数 A_{3n} 、 C_{3n} 。

2.2 电磁性能计算

2.2.1 气隙磁密

在矢量磁位已知的情况下, 通过对其求导可以得到磁密。

第 j 对永磁体块产生的径向气隙磁密为

$$B_{2rj}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{2rjcn} \cos(np\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{2rjcn} \sin(np\theta) \quad (19)$$

切向气隙磁密为

$$B_{2\theta j}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{2\theta jcn} \cos(np\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{2\theta jcn} \sin(np\theta) \quad (20)$$

其中:

$$B_{2rjcn} = -\frac{R_2^{np}}{rR_j^{np+1}} \frac{P_{np}(r, R_2)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} C_{2n} + \frac{P_{np}(r, R_j)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} \frac{R_2^{np+1}}{rR_j^{np}} D_{2n} \quad (21)$$

$$B_{2rsjn} = \frac{R_2^{np}}{rR_j^{np-1}} \frac{P_{np}(r, R_2)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} A_{2n} - \frac{P_{np}(r, R_j)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} \frac{R_2^{np+1}}{rR_j^{np}} B_{2n} \quad (22)$$

$$B_{2\theta jcn} = \frac{R_2^{np}}{rR_j^{np-1}} \frac{E_{np}(r, R_2)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} A_{2n} - \frac{E_{np}(r, R_j)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} \frac{R_2^{np+1}}{rR_j^{np}} B_{2n} \quad (23)$$

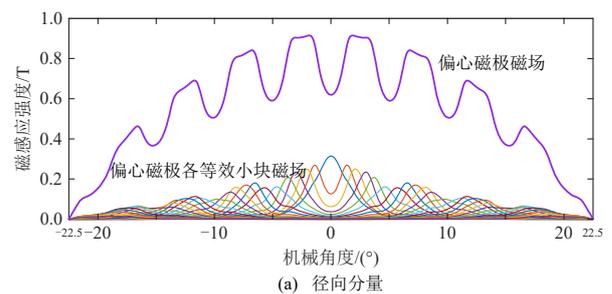
$$B_{2\theta jsn} = \frac{R_2^{np}}{rR_j^{np-1}} \frac{E_{np}(r, R_2)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} C_{2n} - \frac{E_{np}(r, R_j)}{\delta_{np}(R_2, R_j)} \frac{R_2^{np+1}}{rR_j^{np}} D_{2n} \quad (24)$$

把一对磁极下所分 N_p 块永磁体在“气隙区域 2”中产生的磁密叠加, 则整个永磁磁极气隙磁密为

$$B_{2r}(r, \theta) = \sum_{j=1}^{N_p} B_{2rj}(r, \theta) \quad (25)$$

$$B_{2\theta}(r, \theta) = \sum_{j=1}^{N_p} B_{2\theta j}(r, \theta) \quad (26)$$

现取机械角度为 45° 的一个极区域, 当分块对数达到 25(即每极下分块数达到 50)时, 等效永磁体块的机械角度小于 1° , 此时解析计算结果已经足够准确。图 3(a)、(b)分别为块数 $N_p=25$ 时各等效永磁



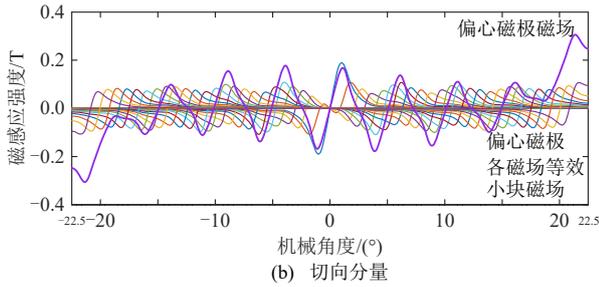


图3 永磁体块气隙磁密及合成
Fig. 3 Air gap flux densities of permanent magnet segments and superposition

体块产生的气隙磁密径向分量与切向分量，以及合成的偏心磁极磁场气隙磁密径向分量与切向分量。

2.2.2 空载感应电势

根据式(25)，可以求出区域2中气隙中心线处一个极下径向气隙磁密，对离散密集取点的气隙磁密进行傅里叶分解，得到气隙磁密包含基波在内的各次谐波分量 B_{mn} ，各次谐波磁通幅值 Φ_{mn} 为

$$\Phi_{mn} = \frac{2}{\pi} B_{mn} l \frac{\tau}{n}, \quad n = 1, 3, 5 \dots \quad (27)$$

式中： τ 为极距； l 为电机轴向长度。

各次谐波电势有效值 E_n 为

$$E_n = \sqrt{2} \pi n f W_s k_{wn} \Phi_{mn}, \quad n = 1, 3, 5 \dots \quad (28)$$

式中： f 为基波频率； W_s 为每相串联总匝数； k_{wn} 为 n 次谐波的绕组系数。

2.2.3 齿槽转矩

本文采用麦克斯韦张量法对转矩进行求解：

$$T = \frac{L_{ef} R_{av}^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{2r} B_{2\theta} d\theta = \frac{\pi L_{ef} R_{av}^2}{\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{2rcn} B_{2\theta cn} + B_{2rsn} B_{2\theta sn}) \quad (29)$$

式中 R_{av} 为气隙中心位置处半径，并且有

$$B_{2rcn} = \sum_{j=1}^{N_p} B_{2rcjn} \quad (30)$$

$$B_{2rsn} = \sum_{j=1}^{N_p} B_{2rsjn} \quad (31)$$

$$B_{2\theta cn} = \sum_{j=1}^{N_p} B_{2\theta cjn} \quad (32)$$

$$B_{2\theta sn} = \sum_{j=1}^{N_p} B_{2\theta sjn} \quad (33)$$

3 模型计算与有限元验证

本文研究的目标电机为舰船大容量低速直驱永磁推进电机，该类电机转子采用瓦片形表贴式偏

心削极磁极，定子绕组为多相开绕组，定子槽为矩形开口槽。用来验证的小样机除了容量按比例显著缩小外，在结构形式上基本与实际大容量电机一致，此小样机为一台九相半对称绕组永磁同步电机，样机的基本数据见表1。

表1 九相永磁同步电机样机数据

Table 1 Data of prototype for a nine phase permanent magnet machine

参数	数值	参数	数值
额定功率 P_N /kW	9	定子外径 D_1 /mm	290
相数 m	9	定子内径 D_{i1} /mm	180
额定电压 U_N /V	234	转子外径 D_2 /mm	176
额定电流 I_N /A	4.6	转子内径 D_{i2} /mm	80
极对数 p	4	电机轴向长度 l /mm	88
额定转速 n_1 /(r·min ⁻¹)	900	定子槽数 Z_s	72
永磁体材料	SmCo30	永磁体极弧系数 α_p	0.95

对于偏心削极样机的永磁磁极，其偏心距 h 为 42mm，永磁体外弧半径 R_a 为 46mm，内弧半径 R_r 为 79.5mm，永磁体最大厚度 h_m 为 8.5mm，并且定子槽宽度为 4.2mm，槽深为 33mm。按照以上参数建立一个极下的有限元模型，图4给出有限元法计算的磁密云图。

对分块等效模型有效性进行验证，解析法中以分块数 50 为基准进行计算。图5为空载磁场径向、切向磁密的分块子域模型解析法计算结果与有限

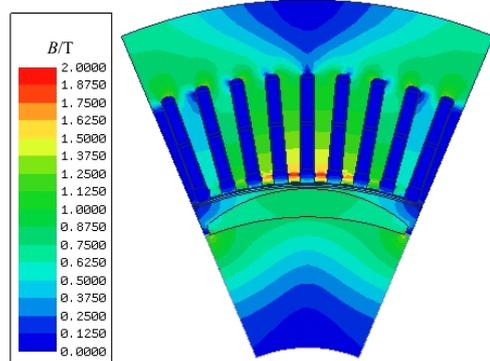
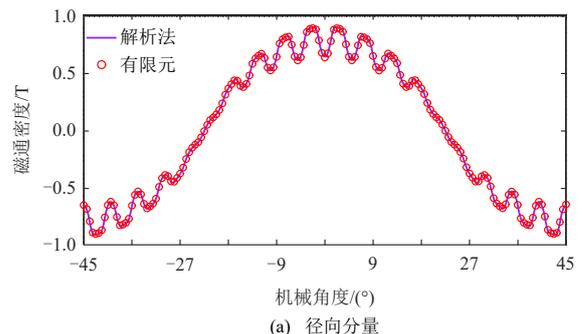


图4 偏心磁极永磁电机磁通密度云图

Fig. 4 Flux density distribution of eccentric permanent magnet machine



(a) 径向分量

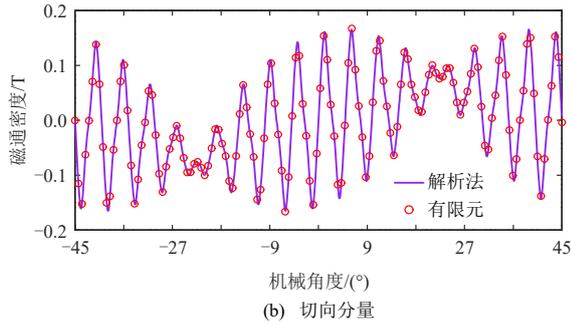


图 5 空载磁场径向和切向磁密

Fig. 5 Radial and tangential components of no load magnetic flux density

元计算结果，2 种方法的计算结果吻合较好。

因为子域模型解析计算结果在数学本质上表示为傅里叶级数，由傅里叶级数的各项系数可直接求出各次各谐波磁密幅值，不需要对解析模型的计算结果再次进行傅里叶分析。

表 2 给出子域模型直接计算得出的空载情况下气隙中各次谐波磁密分量，同时给出了有限元法的计算结果。从表 2 可以看出，包括基波分量在内的各次谐波分量与有限元法分析结果较为一致，由此说明了子域模型求解的准确性，基波磁密的相对误差为 0.56%，在用子域模型解析法求解时假设定子槽为径向开口槽，而有限元法求解时针对的是实际情况下的矩形开口槽，这是造成误差的主要原因。表 2 所示计算结果还表明，第一次齿谐波 17 次与 19 次谐波磁密较大，这符合开口槽设计的情况，可以通过采取转子斜极、定子斜槽等措施来削弱齿谐波。

根据表 2 中解析法计算得出的空载气隙磁场磁密各次谐波分量，由式(27)、(28)得到各次谐波电势，再相互叠加，得到空载感应电势如图 6 所示。图 6 中还给出了有限元法计算电势以作比较，由图 6 可

表 2 气隙磁场磁密各次谐波分量对比

Table 2 Comparison of harmonic contents for air gap magnetic flux density

谐波次数	解析法	有限元法
1	0.8419 T	0.8372 T
3	0.0550 T	0.0561 T
5	0.0199 T	0.0185 T
7	0.0069 T	0.0071 T
9	0.0022 T	0.0019 T
11	0.0003 T	0.0003 T
17	0.0747 T	0.0743 T
19	0.0730 T	0.0724 T

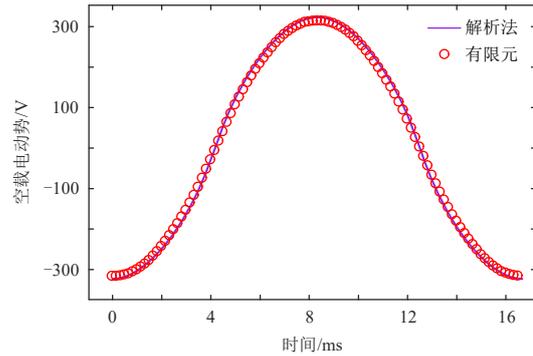


图 6 A₁相感应电势

Fig. 6 Induced EMF of Phase A₁

以看出两者的一致性较好。

依据麦克斯韦张量法分别对等厚瓦片磁极与偏心削极磁极电机产生的齿槽转矩进行求解，将其幅值与有限元结果进行对比，由表 3 可知两种方法的结果一致。由数据对比可以看出，相比等厚瓦片磁极，偏心削极磁极的电机齿槽转矩显著减小，这是由于对永磁体削极进行处理后，气隙磁密的正弦度显著提高，齿槽转矩大大削弱。

表 3 齿槽转矩幅值解析值与有限元对比

Table 3 Comparison of cogging torque

磁极类型	解析值	有限元值
等厚瓦片磁极	1.9960 N·m	1.9865 N·m
偏心削极磁极	0.013 N·m	0.015 N·m

4 实验验证

经过对比，解析模型与有限元模型计算结果的吻合度较好。为了进一步验证分析方法的正确性与准确度，对基本数据如表 1 所示的偏心削极磁极的永磁电机样机进行实验，将实验结果与解析模型计算结果比较。图 7 为偏心削极转子结构图，图 8 为 9kW 九相永磁电机样机与直流电机机组，直流电动机作为原动机，由励磁调节器调节直流电动机转速至额定值 900 r/min，多相永磁电机空载运行，使用示波器记录相绕组感应电势波形。



图 7 偏心削极永磁转子

Fig. 7 Rotor with eccentric permanent magnet



图8 9kW 九相永磁电机机组

Fig. 8 9kW nine-phase permanent magnet machine set

在实验过程中,通过示波器所测 A₁ 相与 B₁ 相感应电势波形如图 9 所示。从图 9 可以看出,两相波形幅值位置相差约为 5.48ms,对应时间相位角为 118.4°,与理论值 120°相当接近。

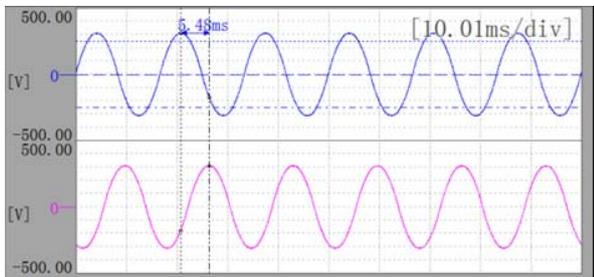


图9 空载电动实验波形

Fig. 9 Experimental no load EMFs

将实验数据导出,再画出 A₁ 相与 B₁ 相感应电势波形,并与解析法计算得出的感应电势波形进行比较,波形如图 10 所示。从图 10 可以看出,解析计算值与实验测量值吻合较好,且波形的正弦度高,也客观地验证了外弧偏心磁极结构对感应电势谐波的削弱作用。

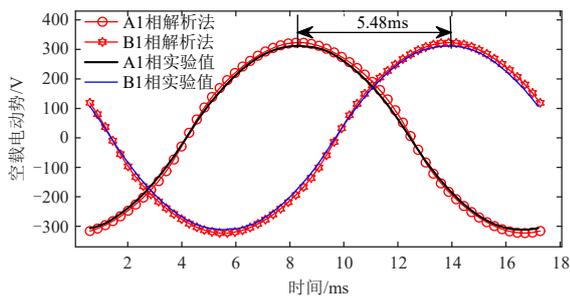


图10 感应电势实验波形与解析波形

Fig. 10 Experimental EMF waves and analytical ones

为了定量比较,将实测感应电势数据进行傅里叶分解,得到感应电势基波有效值,与解析法计算的感应电势基波有效值一同列入表 4 中。从表 4 可以看出,解析法计算与实验测出的感应电势基波有效值比较一致,相对误差仅为 1.94%,又一次验证了基于本文所提偏心磁极分块等效模型的永磁电机电磁场解析计算结果的正确性与准确性。

表4 基波电动势解析值与实验值对比

Table 4 Comparison of analytical fundamental EMFs with experimental ones

解析值	实验值	相对误差
231.6 V	227.2 V	1.94%

解析法计算值略大于实验值的主要原因在于解析模型中假设铁心磁导率为无穷大,不计铁心中的磁势,而实际电机铁心中要消耗一定的磁势,解析计算值略大于实验值也与实际情况相符。

5 结论

以大容量表贴磁极永磁电机分析计算与优化设计为目标,本文针对偏心削极平行充磁永磁电机电磁场分析难点,基于精确子域模型提出了磁极等效分块处理方法,对永磁电机空载气隙磁场进行了解析计算,不仅解决了磁极不等厚与平行充磁问题,还能考虑定子开槽情况与实际永磁体磁导率的影响。所用方法可由解析模型直接得出偏心磁极永磁电机的气隙磁密各次谐波分量,无需对结果再次进行傅里叶分解,方便快捷。

为了验证所提方法的计算精度,采用有限元法计算了空载气隙磁密与感应电势,计算结果与本文所用解析法计算结果吻合,由此说明了该方法的准确性。

对一台表贴式偏心削极九相永磁电机样机进行了实验,测量得到的空载感应电势与解析法计算的空载感应电势较为一致,进一步验证了所提分析方法的正确性与准确度。

参考文献

[1] 李立毅,张江鹏,赵国平,等. 考虑极限热负荷下高过载永磁同步电机的研究[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(3): 845-852.
 LI Liyi, ZHANG Jiangpen, ZHAO Guoping, et al. Research on the high overload permanent magnet synchronous machine considering extreme thermal load [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(3): 845-852(in Chinese).

[2] 郑军强,赵文祥,吉敬华,等. 分数槽集中绕组永磁电机低谐波设计方法综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(S1): 272-280.
 ZHENG Junqiang, ZHAO Wenxiang, JI Jinghua, et al. Review on design methods of low Harmonics of fractional-slot concentrated-windings permanent magnet machine[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(S1): 272-280(in Chinese).

- [3] 胡鹏飞, 王东, 靳栓宝, 等. 弓形磁极永磁电机谐波削极技术的优化研究[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(18): 5987-5997.
HU Pengfei, WANG Dong, JING Shuanbao, et al. Research on the optimization of harmonic pole shaping technology for arcuate pole permanent magnet motor[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(18): 5987-5997(in Chinese).
- [4] 王凯, 孙海阳, 张露锋, 等. 永磁同步电机转子磁极优化技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(24): 7304-7318.
WANG Kai, SUN Haiyang, ZHANG Lufeng, et al. An overview of rotor pole optimization techniques for permanent magnet synchronous machines[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(24): 7304-7318(in Chinese).
- [5] 杨玉波, 王秀和, 丁婷婷, 等. 极弧系数组合优化的永磁电机齿槽转矩削弱方法[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(6): 7-11.
YANG Yubo, WANG Xiuhe, DING Tingting, et al. Analysis of the optimization of pole arc combination to reduce the cogging torque in PM machines[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 7-11(in Chinese).
- [6] 胡鹏飞, 王东, 靳栓宝, 等. 偏心磁极永磁电机气隙磁场正弦优化模型[J]. 电工技术学报, 2019, 34(18): 3759-3768.
HU Pengfei, WANG Dong, JIN Qibao, et al. Sinusoidal optimization model for air gap magnetic field of eccentric magnetic pole permanent magnet machine[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(18): 3759-3768(in Chinese).
- [7] 倪有源, 刘跃斌. 不等厚磁极永磁电机解析法分析[J]. 微特电机, 2018, 46(7): 1-5.
NI Youyuan, LIU Yuebin. Analytical calculation of permanent magnet machines with unequal thickness magnets[J]. Small and Special Electrical Machines, 2008, 46(7): 1-5(in Chinese).
- [8] 周羽, 李槐树, 周石, 等. 考虑开槽时永磁无刷直流电机气隙磁场的解析计算[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(S1): 182-188.
ZHOU Yu, LI Huaishu, ZHOU Shi, et al. Analytical method for calculating air-gap magnetic field of brushless DC machine accounting for slots[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(S1): 182-188(in Chinese).
- [9] 郭保成, 黄允凯, 彭飞, 等. Halbach 阵列盘式永磁电机的解析计算[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(1): 289-295.
GUO Baocheng, HUANG Yunkai, PENG Fei, et al. An analytical model for axial flux Permanent magnet machines with halbach array[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(1): 289-295(in Chinese).
- [10] WU L J, ZHU Z Q. Analytical modeling of surface-mounted PM machines accounting for magnet shaping and varied magnet property distribution[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(7): 1-11.
- [11] LUBIN T, MEZANI S, REZZOUG A. Exact analytical method for magnetic field computation in the air gap of cylindrical electrical machines considering slotting effects[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(4): 1092-1099.
- [12] LUBIN T, MEZANI S, REZZOUG A. 2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet machines with semi-closed slots[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(2): 479-192.
- [13] 井立兵, 章跃进. 同心式磁力齿轮磁场及转矩全局解析法分析[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(30): 139-146.
JING Libing, ZHANG Yuejin. An exact analytical method for magnetic field computation and electromagnetic torque in a concentric magnetic gear[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(30): 139-146(in Chinese).
- [14] WU L J, ZHU Z Q, STATON D, et al. An improved subdomain model for predicting magnetic field of Surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(6): 1693-1704.
- [15] DUBAS F, ESPANET C. Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet machines taking into account slotting effect: no-load vector potential and flux density calculation[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(5): 2097-2109.
- [16] ZHU Z Q, WU L J, XIA Z P. An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent-magnet machines[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(4): 1100-1115.
- [17] ZHU Z Q, WU L J, STATON D, et al. An improved subdomain model for predicting magnetic field of surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(6): 1693-1704.
- [18] ZHU Z Q, HOWE D, BOLTE E, et al. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC machines. I. Open-circuit field[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1993, 29(1): 124-135.
- [19] 郭思源, 周理兵. 表面埋入式永磁电机磁场解析[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(3): 710-718.

- GUO Siyuan, ZHOU Libing. Analytical solution of magnetic field in surface-inset permanent magnet machines[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(3): 710-718(in Chinese).
- [20] GYSEN B, MEESSEN K, PAULIDES J, et al. General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(1): 39-52.
- [21] 郭思源, 周理兵, 齐歌. 双三相永磁同步电机电磁性能解析计算[J]. 电工技术学报, 2014, 29(5): 17-28.
GUO Siyuan, ZHOU Libing, QI Ge. Analytical calculation of electromagnetic performance of dual three-phase permanent magnet synchronous machine[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(5): 17-28(in Chinese).
- [22] 李节宝, 井立兵, 周晓燕, 等. 表贴式永磁无刷电机直接解析计算方法[J]. 电工技术学报, 2012, 27(11): 83-88.
LI Jiebao, JING Libing, ZHOU Xiaoyan, et al. Exact analytical method for surface-mounted permanent-magnet brushless machines[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(11): 83-88(in Chinese).
- [23] XIA Z P, ZHU Z Q, HOWE D. Analytical magnetic field analysis of Halbach magnetized PM machines[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2001, 37(4): 2827-2830.
- [24] RAHIDEH A, VAHAJ A, MARDANEH M, et al. Two-dimensional analytical investigation of the parameters and the effects of magnetization patterns on the performance of coaxial magnetic gears[J]. IET Electrical Systems in Transportation, 2017, 7(3): 230-245.



李京泽

在线出版日期: 2021-02-24。

收稿日期: 2020-05-25。

作者简介:

李京泽(1998), 男, 本科生, 从事永磁电机分析与设计方面的研究, lijingze0602@163.com;

*通信作者: 吴新振(1964), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事电机系统分析、设计与控制方面的研究, wuxinzhens1@163.com;

陈春涛(1994), 男, 博士生, 从事永磁电机分析与设计方面的研究, bxchenchuntao@163.com。

(责任编辑 李婧妍)

Analytical Calculation of Air Gap Magnetic Field for Permanent Magnet Machines Based on Pole Partition Processing

LI Jingze¹, WU Xinzhen^{1*}, CHEN Chuntao²

(1. College of Electrical Engineering, Qingdao University; 2. School of Automation, Qingdao University)

KEY WORDS: permanent magnet machine; eccentric shaped poles; magnetic pole partition; subdomain model; no load air gap magnetic field

Surface-mounted permanent magnet (SPM) machine can reduce harmonics by optimizing the shape of permanent magnet. Through optimization of the shape and length of outer surface of the permanent magnet (PM), the sine wave characteristics of radial air-gap magnetic flux distribution can be improved and vibration, noise and torque ripple can be reduced. It is significant to find a fast method for researching the performance of the SPM machine with optimized permanent magnet. Currently, finite element (FE) analysis is the mature and powerful analysis technology, and it can accurately analyze the motor with complex PM shapes. But it is time-consuming and has poor flexibility. The analytical method is still preferred for initial design because of the wide range of candidates. Therefore, the analytical method is more attractive due to its flexibility and fast calculation speed.

The exact subdomain modeling is an analytical method with high accuracy for calculating magnetic field and electromagnetic performance for SPM machines with traditional tile-shaped PM. In exact subdomain model, the magnetic field of motor is calculated by dividing into several regular subdomains and the PM is processed by the magnetization vector function. The general solution of vector potential of each subdomain can be obtained by the separation variable method and the undermined coefficients of general solution can be also obtained by solving governing equation set according to boundary conditions. Applying it for calculating the performance of SPM machines with optimized PMs can obtain an analytical result close to FE result with faster calculation speed. But in the exact subdomain model, only PMs of equal thickness can be applied and the optimized PMs of unequal thickness need to be processed equivalently.

In this paper, the optimized magnets are partitioned into regular magnet segment and the magnetic field of machine is obtained by the superposition of magnetic field generated by each magnet segment. By improving

the way of calculation after partitioning, the proposed method avoids rotation of magnetization vector in the case of parallel magnetization. Meanwhile, the number of magnet segments can be arbitrarily large to obtain more accurate analytical result. In addition, the model also considers the slotting effect by adding slot subdomain to get closer to the actual motor model.

The magnetic field of each equivalent PM segments is not calculated separately, and the two symmetrical PM segments are calculated together as shown in Fig. 1. In this way, the original calculation will be reduced by half, including the calculation of the outer radius of PM and the calculation of the magnetic field. Due to the symmetry of the PM segments, the Fourier series expansion of the magnetization vector function is obtained easily, and the problem of rotation of magnetization vector is also avoided.

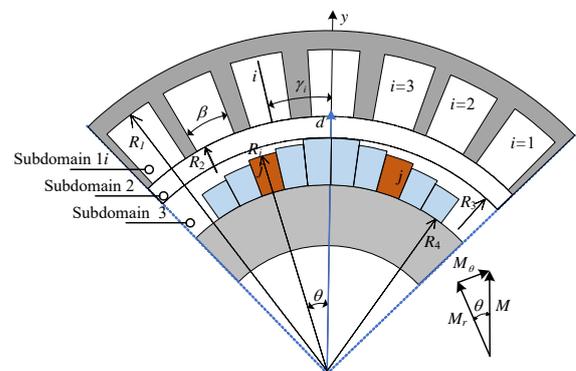


Fig. 1 Cross section of permanent magnet machine with equivalent magnet segments

Through the above processing, the calculation amount of the magnetic field of each PM segment will be reduced greatly. Therefore, when the number of segments is sufficient, calculation time is not improved much.

Based on the analytical model result, the flux linkage, back electromotive force and cogging torque are obtained easily. The accuracy of the analytical model has been validated by the results from FE analysis and experimental test.